



**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DE MESTRADO
PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE
FÍSICA**

Maria da Penha de Laia

PRODUTO EDUCACIONAL.

Essa apresentação do produto educacional é composta por um manual explicativo detalhado sobre a construção e o funcionamento do aparato experimental e de um manual de aplicação no qual consta uma sequência de aprendizagem sugerida para abordagem dos conteúdos pedagógicos envolvendo energia e suas transformações.

A.1 - Aparato experimental.

A.1.1 - Descrição do funcionamento do aparato.

A estrutura conceitual que está na base do funcionamento do aparato consiste nos processos de transformação de duas energias potenciais, a saber, gravitacional e elástica- respectivamente estocadas em duas configurações independentes –, em energias cinéticas de rotação e translação, com subsequente dissipação da energia mecânica total por forças de atrito produzidas em uma superfície rugosa. A configuração estática que estoca a energia potencial gravitacional consiste em um peso inicialmente mantido a uma certa altura. A configuração estática que estoca a energia potencial elástica consiste, inicialmente, em uma mola comprimida. Essas energias potenciais serão parcialmente e independentemente transferidas para um corpo rígido (carrinho), de modo a imprimir nele um movimento combinado de rotação e translação. Em seguida, o carrinho será liberado para movimentar-se livremente sobre uma superfície rugosa, que dissipará toda a sua energia.

Para implementar esse esquema, construímos um aparato experimental capaz de executar os processos mencionados. O arranjo experimental que foi efetivamente construído consiste das seguintes partes, com suas funções convenientemente descritas. Primeiramente, temos um disco que será acoplado em uma haste vertical (eixo rotor). O disco deverá ser munido de quatro pontos de apoio (carrinho), formados por pontas de pincéis (marcadores de quadro) que deverão ser tingidas com diferentes cores antes do ensaio.

Dessa forma, ao deslizar sobre uma superfície plana, os pés do carrinho desenharam sua trajetória. A haste vertical (eixo rotor) possui, na sua parte superior, uma polia fixa (carretel), encaixada no eixo, na qual se enrola um fio de náilon (figura A.1). Inicialmente, o fio de náilon encontra-se completamente enrolado na polia. Na outra ponta do fio, encontra-se um peso, suspenso verticalmente com o auxílio de uma segunda polia, móvel. O disco e a haste adquirem um movimento de rotação conjunto que lhe é transferido por meio do peso, à medida que ele cai sob ação da gravidade. No final de seu curso, a queda do peso terá transferido (parte de) sua energia potencial para o sistema eixo rotor e disco, numa quantidade que pode ser calculada medindo-se apenas a massa do peso e a altura total percorrida por ele.

O carrinho se solta do eixo rotor, no momento em que o peso atinge o final de seu curso, tendo desenrolado todo o fio do carretel. Depois de soltar-se da haste, o carrinho atinge a superfície rugosa com a maior parte do movimento de rotação que adquiriu com a queda do peso. Ao atingir a superfície, o carrinho encontrar-se-á girando apenas em torno de seu próprio eixo. No exato instante em que atinge a superfície, contudo, ele sofrerá um impacto horizontal, de modo a receber um impulso que, combinado com o movimento de rotação, fará com que deslize sobre a superfície rugosa, ou seja, fazendo com que o carrinho adquira um movimento de translação combinado a uma rotação. O dispositivo que o impulsiona é composto por uma haste metálica, acionada por uma mola comprimida (ferrolho), que transfere parte de sua energia potencial elástica para o carrinho. O carrinho movimenta-se sobre a superfície rugosa, desenhando, com os seus pés tingidos, a trajetória que será analisada, até que toda a energia adquirida a partir do conjunto (peso e ferrolho) seja completamente dissipada (de forma irreversível), perdendo velocidade até parar (figura A.1). A massa e a altura do peso, bem como a posição a partir da qual o ferrolho será disparado, podem variar e devem ser escolhidas de acordo com cada ensaio.

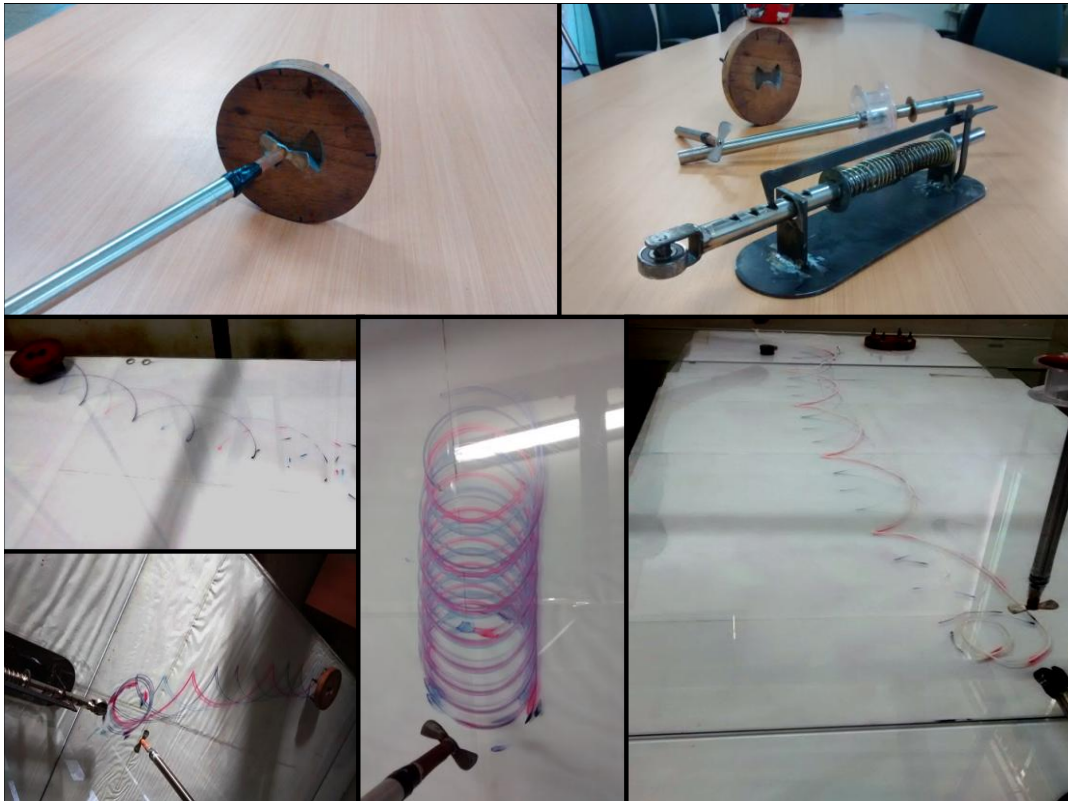


Figura A.1: carrinho, eixo rotor, ferrolho e trajetória traçada pelo carrinho.

A.1.2 - Descrição dos materiais utilizados.

Os materiais utilizados para a confecção do aparato experimental foram os seguintes:

- Um cilindro de madeira com quatro pés de apoio (carrinho).
- Uma haste de aço (eixo rotor).
- Um carretel de plástico acrílico (para fixar no eixo rotor).
- Fio de náilon (para conectar o eixo rotor ao peso suspenso).
- Arruelas de ferro de 100 gramas e 200 gramas (para o peso a ser suspenso) e arruela de aço cromado (suspensão).
- Duas polias de ferro (para direcionamento do fio que suspende o peso).
- Tubos e conexões de PVC (para a estrutura de sustentação).
- Mola com uma constante elástica da ordem de 650 N/m (parte da estrutura do ferrolho).
- Suporte de madeira e engate de aço.
- Um rolamento (extremidade da haste de impacto do ferrolho).
- Pregos e ferramentas para montagem e fixação.
- Um quadro de vidro (superfície de deslizamento).
- Óleo lubrificante e/ou pó de grafite (lubrificação das partes móveis).
- Folha de isopor.
- Pincéis de quadro branco (para os pés do carrinho).
- Tinta para pincéis de quatro cores diferentes.
- Álcool.
- Ferrolho (dispositivo de travamento e suporte da mola para impacto com o carrinho).

Vamos agora tecer comentários detalhados sobre os materiais utilizados.

a) Cilindro de madeira com quatro pés de apoio (carrinho). O objeto foi feito de madeira. Esse material foi escolhido por ser leve e fácil de ser trabalhado. O formato cilíndrico foi escolhido de modo a que não influenciasse na direção da trajetória descrita, após receber um impacto do ferrolho. Os quatro pés de

apoio são de madeira e tem um orifício para colocar pontas de pincéis. Coloca-se tintas nestas pontas para marcar a trajetória na superfície deslizante.

b) Haste metálica oca (eixo rotor). A haste foi feita de aço e oca para que ficasse resistente e leve, de modo a que ela gire sem absorver a maior parte da energia potencial do peso suspenso. O eixo rotor deve girar sem travamento dentro do tubo plástico que constitui o suporte horizontal, para diminuir as perdas por atrito. Para isso, deve-se usar lubrificantes. Por outro lado, o eixo rotor deve ficar suficientemente ajustado ao orifício do tubo de sustentação para que sua trepidação natural interfira pouco no movimento rotacional do próprio carrinho.

c) Carretel de plástico. O carretel de plástico, encontrado em lojas de pesca (já vindo com o fio de náilon), foi utilizado por ser leve e possuir um diâmetro adequado para transmitir o movimento para o eixo rotor. Ele deve ficar fixo no eixo rotor.

d) Tubos e conexões de PVC. O suporte de PVC foi utilizado devido às vantagens de acesso, preço e praticidade, pois pode ser montado e desmontado com facilidade.

e) Fio de náilon. Foi escolhido devido sua resistência a choques e por ser bem maleável.

f) Mola de aço. Foi escolhida levando-se em conta sua dureza, para que pudesse proporcionar energia suficiente no impacto com o carrinho e propiciasse o movimento de translação desejado.

g) Arruela de aço. No suporte de PVC será feito um orifício para introduzir o eixo rotor. Para mantê-lo no suporte, sem que deslize e caia, coloca-se a arruela de tal modo que fique presa ao eixo rotor (bastando, para tanto, perfurá-lo de fora a fora e usar essas perfurações como pontos de amarração do eixo à arruela). O conjunto eixo rotor, arruela e carretel estará montado sobre a barra horizontal do suporte (tubo de PVC).

h) Dispositivo de lançamento horizontal do carrinho (ferrolho). Este dispositivo será descrito detalhadamente, mais abaixo, no item d da próxima seção.

i) Superfície deslizante. O vidro foi utilizado para facilitar o deslizamento, devido ao seu relativamente baixo coeficiente de atrito. Uma superfície total de aproximadamente 1m^2 nos foi suficiente, embora isso dependa, em outras

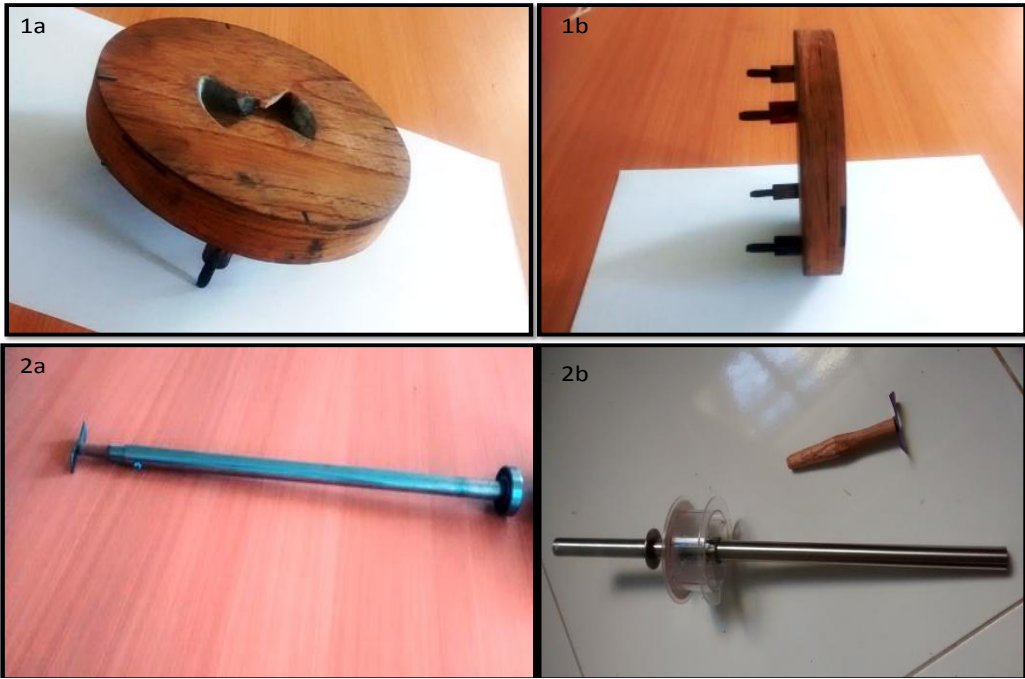
montagens, da configuração total do aparato. Seu tamanho deve ser, portanto, ajustado em cada caso. Para facilitar a visualização da trajetória, é conveniente colocar papel branco por debaixo do vidro.

A.1.3 - Etapas de confecção e montagem do aparato.

a) Primeira etapa - confecção do corpo rígido ("carrinho") que será posto para deslizar sobre a superfície com atrito. Esse carrinho pode ser convenientemente confeccionado como um disco de madeira, com quatro pés de apoio. Na parte superior ele deverá ter uma reentrância que servirá para o engate do eixo rotor. Essa reentrância deve ter a sua forma e dimensões ajustadas para que o engate do eixo rotor se dê por simples justaposição. Por isso, deve-se tomar cuidado para que os espaços internos dessa reentrância sejam largos o suficiente para que a aleta de travamento do eixo rotor não fique presa, impedindo que o carrinho se desacople do eixo no momento oportuno (o sistema e o processo de desacoplamento serão descritos abaixo). Na parte inferior do carrinho, serão postos quatro pés de apoio, cada um deles com um orifício. Cada orifício servirá para introduzir pontas de pincéis (marcadores de quadro branco), visando desenhar as trajetórias percorridas pelos pés sobre a superfície de deslizamento. O carrinho que foi efetivamente construído e utilizado possuía as seguintes dimensões: massa de 170 gramas, 2 centímetros de altura, 13,8 centímetros de diâmetro. A posição dos pés, na parte inferior distou 4 centímetros um do outro. Tais medidas não precisam ser necessariamente essas, ficando a critério do experimentador escolhê-las do modo mais conveniente. Contudo, é aconselhável que o carrinho não seja muito mais pesado do que o que utilizamos e nem possua um raio muito maior ou menor, pois isso tudo poderá influenciar no desempenho de seu movimento (figuras A-2).

b) Segunda etapa - confecção de uma haste (eixo rotor) que será posta para girar introduzida verticalmente em um suporte (descrito abaixo) e apoiada por uma arruela. Essa haste deve estar suficientemente livre para girar sem travamento. O eixo rotor foi construído com um tubo oco de aço cromado, possuindo as seguintes dimensões: 42,1 cm de comprimento, 1,6 cm de

diâmetro e 0,15 cm de espessura. No eixo rotor deve ser colocado um carretel de plástico, fixo. Esse carretel foi fixado no eixo rotor a aproximadamente 14 cm de sua parte superior, deixando espaço para que o eixo possa ser introduzido no suporte horizontal, com o carretel posicionado por debaixo dele. O carretel que foi utilizado possui as seguintes dimensões: diâmetro 62,77mm, largura 34,95 mm e peso 36,92 g (figura A-2). A função desse carretel é permitir que um peso seja conectado ao eixo rotor, por intermédio de um fio de náilon que, ao ser enrolado no carretel, permitirá imprimir a rotação ao sistema composto pelo eixo rotor e pelo carrinho, durante a sua queda. A conexão entre a extremidade inferior do eixo rotor e o carrinho deve ser feita por uma aleta horizontal dupla em forma de borboleta, que se encaixará na reentrância, de formato análogo, construída na parte superior do carrinho. O objetivo é que essa aleta se encaixe de forma justa, mas sem que ela fique travada na reentrância do carrinho. O sistema de desacoplamento consiste no aproveitamento da inércia do próprio carrinho. Ao final do curso vertical do peso, o eixo rotor sofrerá uma brusca parada, mas o carrinho, que, inicialmente, girava impulsionado pelo eixo rotor, tenderá a continuar seu movimento. Isso é suficiente para que a aleta se desconecte da reentrância, permitindo que o carrinho caia.



Figuras A-2: partes do aparato experimental: 1-carrinho e 2-eixo rotor.

c) Terceira etapa - confecção de um suporte para sustentar o eixo rotor. O suporte foi construído como um T horizontal, sustentado por três pés. Isso permite que ele fique por sobre a mesa onde será posta a superfície na qual o carrinho deslizará e na qual também ficará apoiado o ferrolho. Os pés do suporte devem ficar apoiados diretamente no solo. As alturas, tanto do suporte, quanto da mesa, devem ser adaptadas para que a base do disco (corpo do carrinho) fique suficientemente próxima da superfície de deslizamento (mais o menos 5 cm), possibilitando um tempo razoável para o mais eficiente acionamento do ferrolho, no momento em que o carrinho atinge a superfície. O material utilizado foram canos e conexões de PVC, de 50mm, num total de, aproximadamente, 5 m. O suporte completo possuía as seguintes dimensões aproximadas: 1 m de comprimento, 1 m de largura e 1 m de altura. Os objetos que deverão estar fixados na barra central do suporte são o eixo rotor, duas polias e o peso suspenso, nessa ordem. Nessa barra de sustentação horizontal devem ser feitas as devidas perfurações para afixação do eixo rotor e das polias. A perfuração destinada a introduzir e sustentar, verticalmente, o eixo rotor deverá atravessar a barra de sustentação de tal forma que lhe seja possibilitado um giro com o menor grau de travamento possível. É importante, entretanto, que não seja permitida folga excessiva, pois o eixo rotor sofrerá, necessariamente, trepidações causadas por pequenas não-uniformidades na sua distribuição de massa, bem como do próprio carrinho. Uma das polias tem como função apenas servir de guia para o fio de náilon que sai do carretel do eixo rotor e se conecta com o peso. A segunda polia, posicionada exatamente sobre o peso suspenso, tem como função redirecionar a força do peso para promover o giro do eixo, durante sua queda. O fio do náilon deve ser amarrado no carretel sem que permita qualquer escorregamento, ao ter o peso atingido o final de seu curso. Para isso, é suficiente travá-lo em uma ranhura, feita na borda do carretel. Outra preocupação é a de fazer com que o peso suspenso, ao atingir o final de seu curso, atinja algum suporte amortecedor, para evitar que oscile e perturbe o movimento do eixo rotor e do carrinho. Esse suporte amortecedor pode ser construído de caixa de papelão e folhas de isopor. O peso efetivamente utilizado foi composto de pilhas de arruelas de ferro de 100 gramas e 200 gramas. Isso permite versatilidade na variação da quantidade de energia transmitida para a rotação do carrinho. Evidentemente, fica à critério do

experimentador adequar as medidas de acordo com as suas necessidades, de modo que o aparato possa funcionar da melhor maneira possível (figuras A-3 e A-4).



Figura A-3: suporte de PVC e ferrolho.

d) Quarta etapa - Confecção de um dispositivo de lançamento horizontal para o carrinho (ferrolho). O dispositivo que foi efetivamente construído e utilizado foi feito em uma tornearia. Consiste em um chassi de ferro, no qual são montados uma mola, um dispositivo de trava e uma haste de impacto que, impulsionada pela mola após a operação de destravamento, colidirá com o carrinho, impulsionando-o horizontalmente, sobre a superfície de deslizamento. O dispositivo de trava deve possuir três ou mais pontos de travamento, permitindo alguma versatilidade na escolha de diferentes compressões da mola. A haste metálica de impacto deve possuir um curso livre até o ponto em que a mola atinge o seu comprimento natural. Na extremidade de impacto dessa haste, deve ser colocado um rolimã para que, durante o impacto com o carrinho, sejam minimizadas as perdas por fricção. A mola proverá a energia potencial elástica que deverá ser transmitida ao carrinho, fazendo com que ele adquira um movimento de translação (figuras A-3, A-4 e A-5).

e) Quinta etapa – A superfície escolhida para o carrinho deslizar foi o vidro. Ele foi colocado sobre uma mesa de aproximadamente 1m de comprimento e 2 m de largura. Para facilitar a visualização da trajetória, a mesa foi coberta de papel branco. A superfície por onde o carrinho vai deslizar deve ficar a critério do experimentador, mas é aconselhável que seja uma superfície com baixo atrito e que possibilite a marcação das trajetórias para sua visualização.



Figura A-4: montagem do aparato



Figura A-5: montagem do aparato

A.2 - Sequência de Aprendizagem

Com o uso do aparato experimental, visamos abordar temas relacionados com o ensino do conceito de energia e suas transformações, com enfoque na discussão sobre processos de conservação e de dissipação.

Ao longo da aplicação do produto, fazem-se necessárias diversas estratégias para que esses conteúdos sejam ministrados de maneira a propiciar uma aprendizagem realmente significativa e o que realmente fará a diferença é como este recurso será explorado pelos professores.

Antes de iniciar a sequência, os professores devem fazer os alunos atentarem para os instrumentos de medidas que deverão ser utilizados: uma balança (digital ou analógica), uma régua, uma trena, um ou mais dinamômetros e, eventualmente, um paquímetro. Talvez seja necessário mostrar aos alunos como alguns desses instrumentos funcionam e ensiná-los alguns conceitos básicos de metrologia envolvendo dimensões, unidades, escalas, erros, etc. Dentre esses instrumentos, o dinamômetro e a balança analógica requerem, por sua vez, alguma teoria física que permita a compreensão de seu funcionamento.

Igualmente importantes são equipamentos auxiliares ao uso dos instrumentos e ao trabalho em um laboratório, tais como caderno de anotações, fios e cabos para suspensão, barbante, tinta para os pincéis, álcool para remoção de tintas, etc.

Para a análise quantitativa, faz-se necessário obter algumas quantidades físicas por meio de medidas diretas e obter outras indiretamente por meio de cálculos a partir das suas definições matemáticas. As medidas diretas a serem realizadas para a execução de qualquer ensaio do procedimento são apenas o raio e a massa do carrinho. As quantidades físicas a serem obtidas indiretamente, antes da realização de cada ensaio, são o momento de inércia do carrinho, o coeficiente de atrito da superfície de deslizamento, a constante elástica da mola, a energia potencial gravitacional do peso e a energia potencial elástica da mola. As medidas diretas que devem ser realizadas para cada ensaio são a altura do peso em relação à superfície de apoio, a massa do peso, a deformação da mola na posição que foi travada para o ensaio.

Por fim, uma vez realizado o ensaio, deve-se medir o comprimento da trajetória descrita pelos pés do carrinho em todo seu percurso e o comprimento da trajetória do seu centro de massa, para obter o trabalho total realizado pela força de atrito no processo de dissipação.

A discussão e a análise conceitual, tanto qualitativa quanto quantitativa, serão realizadas após se colocar o aparato em funcionamento e este desenhar uma trajetória sobre a superfície rugosa. Esse desenho pode ser bem variado, a depender dos valores dos parâmetros escolhidos em cada ensaio, mas todas resultam de um acoplamento entre dois movimentos, a saber: um movimento de rotação, que está diretamente relacionado com a energia potencial gravitacional estocada no arranjo, e outro de translação, que está diretamente relacionado a energia potencial elástica estocada no arranjo.

Portanto, a sequência completa de aprendizagem deve ser composta por três etapas: uma etapa pré-experimental, uma etapa experimental e uma etapa de análise do experimento.

A.2.1. Etapa pré-experimental.

Utiliza-se o aparato para explicar o que se pretende com a sequência. Deve-se expor os objetivos e verificar se os alunos já possuem algum conhecimento prévio sobre o tema. Se necessário, portanto, deve-se fazer uma abordagem teórica que contemple os seguintes temas, ainda que, de início, apenas qualitativamente:

- Energia potencial elástica.
- Energia potencial gravitacional.
- Energia cinética de rotação.
- Energia cinética de translação.
- Momento de inércia.
- Forças de atrito.
- Força elástica da mola.
- Trabalho e teorema do trabalho-energia.
- Princípio de conservação da energia.
- Dissipação de energia.

O tempo necessário para cumprir essa etapa é variável, mas considera-se que duas a três aulas de 50 minutos sejam suficientes.

A.2.2. Etapa experimental

Para esta etapa o tempo previsto é de aproximadamente quatro aulas de 50 minutos. Nessa etapa, os alunos devem realizar todas as medidas prévias necessárias e realizar um ou mais ensaios com o aparato, anotando, por fim, os resultados. O professor deve atuar como orientador e incentivador para que os trabalhos sejam feitos com o mínimo de percalços.

Se supusermos que as forças de atrito presentes nas diversas partes do arranjo experimental são desprezíveis, o princípio de conservação da energia mecânica implica, necessariamente, que a energia potencial gravitacional estocada no peso suspenso deverá ser convertida em energia cinética de rotação do carrinho, energia cinética de rotação do eixo rotor e polias e energia cinética adquirida pelo próprio peso suspenso, no final de seu curso. Da mesma forma, se supusermos que o choque entre a haste do ferrolho e o carrinho é perfeitamente elástico, a energia potencial elástica estocada na mola deverá ser transformada em energia cinética de translação do carrinho e em energia cinética adquirida pelo pistão do ferrolho e pelo próprio ferrolho, durante o seu recuo. Assim, utilizando as expressões matemáticas adequadas, pode-se calcular a velocidade de rotação inicial, ou seja, a velocidade de rotação que o carrinho possuirá no momento em que é desacoplado. Analogamente, as expressões adequadas nos permitem calcular a velocidade de translação inicial, ou seja, a velocidade de translação que o carrinho possui no momento em que é impulsionado pelo pistão do ferrolho.

Na verdade, sabemos que todas as suposições acima mencionadas não são verdadeiras. De fato, em primeiro lugar, as forças de atrito presentes entre as partes móveis do arranjo não são desprezíveis. Em segundo lugar, o impacto entre o pistão do ferrolho e o carrinho não é perfeitamente elástico. Esse é um ponto importantíssimo a ser destacado, pois ilustra o grau de afastamento que modelos ideais apresentam com relação ao comportamento real. Isso também ilustra o fato de que a maior parte dos avanços tecnológicos

modernos envolvidos com o funcionamento de máquinas mecânicas, termodinâmicas e eletromecânicas está relacionada com o esforço de diminuir os efeitos de dissipação. *Esse ponto pode e deve ser explorado didaticamente. A partir dele, os estudantes podem começar a perceber que a física (e a ciência, em geral) está envolvida com a obtenção de leis gerais que devem ser obedecidas em casos ideais cuja possibilidade de verificação está condicionada ao grau de controle que se pode ter das condições (reguladas por parâmetros externos) que não são levadas em consideração por essas leis.*

A forma correta para se computar o trabalho total efetuado pelas forças de atrito é medir o comprimento da trajetória real em todo o percurso, que é a média dos comprimentos das trajetórias descritas por cada um dos pés do carrinho. (A média aparece quando se soma os trabalhos efetuados sobre cada pé do carrinho, supondo que cada pé sustenta um quarto de seu peso total.) Como dissemos acima, *na ausência de deformações e de processos dissipativos nas partes móveis do arranjo, o princípio de conservação da energia mecânica implica que a soma do trabalho total realizado pelas forças de atrito da superfície de deslizamento sobre o carrinho e das energias cinéticas adquiridas pelo peso suspenso, pelo eixo rotor, pelas polias e pelo ferrolho deve ser igual à energia mecânica inicial estocada na configuração do sistema. O objetivo final de toda a análise é verificar em que grau essa igualdade é violada.*

Nesse ponto, é interessante realizar uma consideração simplificadora muito útil. Para todos os efeitos práticos e, principalmente, didáticos, o mais importante é analisar todo o aparato como sendo uma máquina cujo objetivo é estocar energia que deverá ser o mais eficientemente possível transferida para o carrinho. Dessa forma, é irrelevante considerar, separadamente, as perdas de energia ocorridas por atrito daquelas ocorridas pela aquisição de energia cinética de todas as demais partes móveis do sistema. Aliás, essas partes móveis também terão, ao fim, suas energias cinéticas dissipadas por forças de fricção, internas ao próprio aparato. Portanto, *a diferença entre a energia potencial total estocada e o trabalho executado pelo atrito da superfície deve ser igual à soma de todas as energias dissipadas no arranjo. As forças de atrito presentes entre as partes móveis do sistema fazem parte do conjunto das*

condições que não estão sendo consideradas - e, portanto, não estão sendo controladas - na situação teórica envolvida na validade estrita da conservação da energia mecânica.

Desse modo, é preciso salientar que o modelo teórico é um limite que, embora não possa ser alcançado, pode ser aproximado na medida em que se passe a controlar as condições que não foram consideradas. Isso se traduz, em parte, na eliminação, tanto quanto possível, dessas forças de atrito, por meio de procedimentos de otimização de funcionamento como, por exemplo, lubrificação.

A etapa experimental pode ser dividida em três partes: medidas dos parâmetros do ensaio, ensaio e medida das trajetórias.

a) Primeira parte: medidas dos parâmetros do ensaio.

Para realizar as medidas diretas das grandezas físicas relevantes pode-se utilizar apenas os seguintes instrumentos simples: régua, trena, balança e dinamômetro. Dentre as medidas a serem tomadas antes de iniciar qualquer ensaio do experimento, estão as **massas do carrinho (m_c) e do peso (m_p) que será suspenso**. A massa do peso suspenso pode ser escolhida à vontade. As massas podem ser medidas com o uso da balança ou mesmo do dinamômetro. Da mesma forma, **o raio do carrinho (R_c)** pode ser medido diretamente com uma régua, ou mesmo utilizando-se a expressão matemática do comprimento da circunferência: $C = 2\pi R$. Deve-se medir também **a altura a que peso será suspenso (h)** com o uso da régua ou de uma trena. Essa altura também pode ser escolhida à vontade.

Antes de cada ensaio, é conveniente já estar de posse dos valores da **constante elástica da mola (k)** e do **coeficiente de atrito estático (μ)** entre o carrinho e a superfície de deslizamento.

A *constante elástica* da mola é o coeficiente de proporcionalidade k na expressão

$$F = kx,$$

onde F representa o módulo da força a qual está submetida a mola quando comprimida de uma distância x . Para obtê-la, é mais conveniente usar um dinamômetro acoplado à mola do ferrolho, comprimindo-a e tomando nota de sua deformação em função da força aplicada. Esse procedimento pode ser executado em algumas posições de deformação diferentes, para aumentar a acurácia da medida, adotando-se uma média aritmética simples como valor final. A ideia por trás desse procedimento pode ser facilmente explicada para os alunos e, em exposições cujo foco é sobretudo os conceitos, e não os procedimentos, quaisquer abordagens estatísticas mais sofisticadas são desnecessárias.

O *coeficiente de atrito estático relativo* entre a superfície de deslizamento e os pés do carrinho é a constante de proporcionalidade μ na expressão:

$$F_{at} = \mu N ,$$

onde F_{at} representa o módulo da força de atrito que se opõe ao movimento do carrinho e N representa a força normal, ou seja, o peso do carrinho. À rigor, o coeficiente de atrito que deve ser utilizado é o *cinético*. Entretanto, devido às maiores dificuldades envolvidas na sua obtenção, pode ser mais conveniente usar o coeficiente de atrito estático, sobretudo quando se constata que outros erros inerentes ao experimento são (possivelmente) bem maiores do que o envolvido nessa aproximação. Para calculá-lo, basta usar o dinamômetro acoplado ao carrinho, puxando-o sobre a superfície rugosa até que ele esteja prestes a iniciar o movimento. Nesse instante, toma-se nota do valor da força. É conveniente que esse procedimento seja executado várias vezes, com diferentes pesos sobre o carrinho, para aumentar a acurácia da medida, de modo que o valor a ser adotado seja a média aritmética simples dos vários resultados. Outra maneira interessante de se fazer essa medida é colocar o carrinho sobre a superfície de vidro, mas com inclinação variável. A medida das alturas com as quais o carrinho (com e sem peso) entra em movimento são um indicativo direto, proporcionando, ainda, uma boa justificativa para se revisar os conceitos de estática e mostrar sua utilidade em outros contextos.

Daqui em diante, todas as quantidades físicas devem ser obtidas matematicamente, pelo uso de suas expressões. O **momento de inércia (I)** do carrinho deve ser calculado pela expressão

$$I = \frac{1}{2} m_c R_c^2 .$$

Esse é o momento de inércia de um cilindro, calculado em relação ao seu eixo de simetria. O eixo rotor, ao qual o carrinho está acoplado, e as polias também possuem momentos de inércia, que podem ser calculados por uma expressão análoga. Entretanto, em uma abordagem preliminar, pode-se desprezar o momento de inércia do eixo rotor, já que é bem menor do que o momento de inércia do carrinho.

A **energia potencial gravitacional** estocada no peso suspenso é dada por:

$$E_{potg} = m_p g h ,$$

onde g é a aceleração da gravidade local.

A **energia potencial elástica** estocada na mola é dada por:

$$E_{potk} = \frac{1}{2} k x^2 ,$$

A **energia cinética de rotação** adquirida pelo carrinho e pelo eixo rotor é dada, em função de seu momento de inércia total, pela expressão:

$$E_{cinrot} = \frac{1}{2} I \omega^2 ,$$

onde ω é a **velocidade angular** adquirida pelo carrinho, aproximadamente aquela com a qual ele tocará a superfície, após desacoplar-se do eixo rotor. Evidentemente, para se obter essa energia de forma direta (e mais acurada), seria necessário efetuar a medida da velocidade angular diretamente. Essa é uma medida que requereria ou instrumentos e dispositivos mais complicados (e caros) ou o uso de aplicativos de computador. Entretanto, como o foco da

sequência de aprendizagem está menos voltado para a precisão e mais para os conceitos que estão por trás dos processos de transformação (e dissipação) da energia, optamos por avaliar a energia cinética (e, indiretamente, a própria velocidade angular) através de sua igualdade com a energia potencial gravitacional, conforme descrito mais abaixo.

A **energia cinética de translação** adquirida pelo carrinho é dada pela expressão:

$$E_{c\text{intrans}} = \frac{1}{2} m_c v^2,$$

onde v é a **velocidade linear** inicial adquirida pelo carrinho. Evidentemente, para se obter essa energia de forma direta (e mais acurada), seria necessário efetuar a medida da velocidade linear diretamente. Da mesma forma que no caso anterior, essa é uma medida que requereria ou instrumentos e dispositivos mais complicados (e caros) ou o uso de aplicativos de computador. E, pelos motivos já expostos, optamos por avaliar a energia cinética (e, indiretamente, a própria velocidade linear) através de sua igualdade com a energia potencial elástica, conforme descrito mais abaixo.

O resumo das atividades dessa primeira parte pode ser observado no guia A-1.

b) Segunda parte: Procedimentos para execução dos ensaios.

Após todas as medidas feitas, é hora de colocar o aparato para funcionar. Para executar cada ensaio, deve-se escolher o peso que será utilizado e conectá-lo ao fio de náilon. Antes de acoplar o carrinho à extremidade do eixo rotor, é importante nivelar suas pontas de apoio (pontas de pincéis) e colocar tintas com cores diferentes nessas pontas. Em seguida, deve-se enrolar o fio de náilon no carretel até o peso a ser suspenso atingir a altura desejada para o ensaio. Nesse momento, deve-se segurar o eixo rotor com uma das mãos e engatar o carrinho.

A posição na qual ficará fixado o chassi do ferrolho depende da posição na qual cairá o carrinho. Antes de iniciar o ensaio, é conveniente posicionar o tripé sustentador de tal modo que a reta definida pela haste de impacto do

ferrolho venha a passar pelo centro geométrico do carrinho, no ponto em que cairá, de modo a conseguir um impacto frontal, ou seja, com parâmetro de impacto zero. Uma segunda pessoa deve estar presente para realizar cada ensaio. Essa segunda pessoa será responsável por travar a mola do ferrolho de acordo com a energia potencial elástica que deseje estocar e transferir para o carrinho no seu movimento horizontal. A mola deverá ser destravada no momento em que o carrinho tocar o solo.

Ao soltar o eixo rotor, o peso suspenso descera e o conjunto (eixo rotor, carretel e carrinho) vai adquirir um movimento de rotação. No momento em que o peso atingir a superfície de amortecimento, o carrinho se desengatará do eixo rotor e atingirá a superfície de deslizamento, mantendo a maior parte do movimento de rotação que adquiriu por meio da queda do peso. Quando o carrinho atingir a superfície, girando, o ferrolho deverá ser destravado manualmente. Espera-se que haja suficiente sincronia para que o impacto da haste horizontal do ferrolho se dê com o menor atraso possível, evitando que o carrinho gire muito sobre o mesmo ponto. Isso não é exatamente relevante para a análise conceitual, mas trajetórias mais fáceis de serem analisadas serão descritas através desse procedimento.

c) Terceira parte: medidas das trajetórias.

Após a realização de cada ensaio, quatro trajetórias terão sido desenhadas pelos pés do carrinho na superfície de deslizamento. O **trabalho total da força de atrito da superfície** deve ser calculado a partir de:

$$W = F_{at}d ,$$

onde d é a **distância escalar total** percorrida pelos pés do carrinho. O carrinho é freado pela ação das forças de atrito sobre cada um dos seus quatro pontos de apoio. Em um carrinho completamente simétrico, cada ponto de apoio sustenta exatamente um quarto do peso do carrinho. Portanto, para obter o trabalho total, é necessário computar, separadamente, o comprimento das trajetórias desenhadas pelos pés do carrinho, somando-as, ao final. Isso, evidentemente, é equivalente a calcular o trabalho usando a expressão acima com d sendo obtido como a média aritmética desses comprimentos e com a

força normal sendo avaliada a partir da massa total do carrinho. Para efetuar a medida do comprimento de cada trajetória, é conveniente usar um cabo flexível (por exemplo, barbante) ao longo do desenho deixado por cada pé, medindo-se, em seguida, o comprimento do cabo.

O resumo das atividades das segunda e terceira partes ser observado no guia A-2.

A.2.3. Etapa de análise do experimento.

Para essa etapa, prevê-se a utilização de duas aulas de 50 minutos. Em uma situação ideal, pode-se supor que não existem forças dissipativas interferindo no funcionamento do aparato. Desse modo, **o princípio de conservação da energia mecânica** implicaria que toda a energia potencial estocada na configuração do aparato seria transformada em energia cinética (do carrinho e das partes móveis do aparato alimentadas pela energia potencial gravitacional). O primeiro passo da análise consiste em mostrar que se pode estimar as velocidades iniciais do carrinho com base na aplicação desse princípio.

Nessas condições, toda a energia potencial gravitacional será convertida em energia cinética de rotação, adquirida pelo carrinho, e em energia cinética das partes móveis ($E_{movPeso}$):

$$E_{potg} = E_{cinrot} + E_{movPeso} \quad \Rightarrow \quad m_p gh = \frac{1}{2} I \omega^2 + E_{movPeso} ,$$

de onde se pode fazer uma estimativa superior da **velocidade de rotação do carrinho no momento que ele se solta do eixo rotor** e atinge a superfície de deslizamento. Da mesma forma, a energia potencial elástica da mola seria toda convertida em energia cinética de translação, adquirida pelo carrinho logo após o impacto efetuado pelo eixo do ferrolho, acrescida da energia cinética fornecida para o próprio ferrolho ($E_{movMola}$):

$$E_{potk} = E_{cinttrans} + E_{movMola} \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_c v^2 + E_{movMola},$$

de onde pode-se estimar um limite superior para a **velocidade de translação inicial do carrinho**.

O segundo passo da análise consiste em analisar a validade do **teorema do trabalho-energia**. Novamente, se supusermos que as únicas forças que atuam sobre o carrinho são aquelas aplicadas pela superfície rugosa, então toda a energia cinética adquirida pelo carrinho deveria ser dissipada apenas pelo trabalho dessas forças de atrito. Assim, um tratamento idealizado implica que **o trabalho calculado deve ser igual à soma das energias cinéticas de rotação e de translação do carrinho**:

$$W = F_{at}d = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m_c v^2$$

ou, de forma equivalente, **o trabalho calculado deveria ser igual à soma das energias potenciais, descontadas as parcelas de energia fornecidas para o movimento do próprio peso suspenso e da mola**:

$$W = F_{at}d = m_p gh + \frac{1}{2}kx^2 - E_{movMola} - E_{movPeso}.$$

Sabemos, contudo, que **existem forças de atrito agindo entre as partes móveis do aparato**, o que significa que a situação real deve ser diferente da situação ideal. É fácil observar que tais forças de atrito são, na sua maior parte, aquelas provenientes, primeiramente, da rotação do eixo rotor contra o orifício da barra horizontal de suporte e, em segundo lugar, da fricção da haste de impacto do ferrolho contra a carcaça metálica que a sustenta. É óbvio que todas essas partes móveis que friccionam dissipam parte da energia potencial, diminuindo a eficiência do dispositivo. Tais perdas podem ser minoradas com o uso de lubrificantes e, principalmente, através de soluções mais sofisticadas, mas não podem nunca ser completamente eliminadas.

Uma estimativa das parcelas de energia entregues para os movimentos do próprio peso e do ferrolho ($E_{movPeso} + E_{movMola}$) pode ser feita. Porém, como o

interesse está em observar o aparato como uma máquina cujo objetivo é fornecer a energia estocada para suprir o movimento do carrinho, essas parcelas podem ser consideradas como parte das perdas internas do próprio dispositivo. Isso, evidentemente, aumenta ainda mais a estimativa de sua ineficiência. Isso, contudo, não é irreal, já que perdas análogas a essas estão envolvidas em quaisquer máquinas que, para funcionar, apresentem partes móveis internas. ***A estimativa do percentual da energia que é perdida desses modos, ou seja, a estimativa da real eficiência do sistema para converter energia potencial em energia de movimento útil, é o principal objetivo a ser atingido pelo uso dessa montagem experimental.*** Essa estimativa pode ser dada pela razão:

$$\eta = \frac{F_{at}d}{m_p gh + \frac{1}{2} kx^2} < 1.$$

Portanto, os processos dissipativos e de perdas em geral implicam que o trabalho total efetuado pelas forças de atrito devidas apenas à superfície deve ser substancialmente menor do que a energia potencial mecânica total estocada, inicialmente, no aparato. *A diferença tem que ser o cômputo da energia que foi dissipada na forma de calor, no próprio aparato, depois que todo o sistema entra em repouso.*

Por fim, uma outra análise interessante que também pode ser feita consiste em calcular, separadamente apenas os trabalhos realizados nos movimentos de translação e de rotação do carrinho. No primeiro caso, computa-se a distância percorrida pelo seu centro de massa. No segundo, o número de voltas que o carrinho efetuou em torno de seu próprio eixo, deduzindo, daí, a distância total percorrida apenas em rotação pura. O trabalho efetuado sobre o centro de massa pode ser comparado com a energia cinética de translação ou, equivalentemente, com a energia potencial elástica da mola. Já o trabalho efetuado sobre o movimento de rotação pura pode ser comparado com a energia cinética de rotação ou, equivalentemente, com a energia potencial gravitacional do peso. Espera-se que a diferença entre o trabalho total e o trabalho efetuado sobre o centro de massa seja igual ao

trabalho efetuado sobre o movimento de rotação. Com essa análise, podemos, inclusive, estimar qual deveria ser a quantidade total de voltas que o carrinho efetuaria em torno de seu próprio eixo. Essas e outras análises, baseadas em medidas e cálculos baseados em expressões matemáticas, demonstram a versatilidade do aparato para a realização de múltiplas atividades didáticas.

O professor pode avaliar o grau de aprendizagem da maneira que mais lhe convier. Exemplos de questões que podem ser levantadas.

- Os resultados obtidos estão de acordo com as suas expectativas? Por quê?

- O que você esperava obter supondo a validade do princípio de conservação de energia nos processos?

- Onde você acha que poderiam estar acontecendo perdas de energia?

- Você seria capaz de citar alternativas que pudessem melhorar estes resultados? Quais?

- O que você acha dos valores encontrado para as velocidades de rotação e de translação? Elas são compatíveis com os movimentos observados?

O resumo das atividades de análise conceitual pode ser observado no guia A-3.

Primeira parte do experimento: medidas dos parâmetros do ensaio

1 - Medir a massa do peso que vai ser suspenso e a altura da qual ele será solto em relação ao ponto de apoio. Medir o raio e a massa do carrinho. Obs: a medida da altura de deslocamento deve ser realizada sempre usando o mesmo ponto de referência no peso.

2 - Medir a constante elástica da mola. Procedimento: engate um dinamômetro na mola do ferrolho e puxe no sentido de contração da mola, registrando a deformação da mola e a força que o dinamômetro marca em cada deslocamento. Façam no mínimo quatro medidas, montem uma tabela e, utilizando a fórmula da força elástica ($F = k \cdot x$), calcule a constante elástica da mola. Faça uma média aritmética com os resultados e utilize esse valor, quando precisar da constante elástica da mola (k).

3 - Medir o coeficiente de atrito (estático) da superfície por onde o carrinho desliza. Procedimentos: (i) escolha um peso, coloque sobre o carrinho, engate-o no dinamômetro e tente puxar o carrinho sobre a superfície até o momento que você conseguir tirá-lo do lugar, (ii) registre esta força e a massa do peso que foi puxado. Este procedimento deve ser repetido no mínimo quatro vezes com pesos diferentes. Calcule o coeficiente de atrito da superfície utilizando a fórmula ($F = \mu \cdot N$) e monte uma tabela. Faça uma média aritmética com os resultados e utilize esse valor quando precisar do coeficiente de atrito estático da superfície.

Segunda e terceira partes do experimento: ensaio e medidas das trajetórias.

4 - Amarre o peso que deseja levantar no fio, enrole o fio no carretel até que o peso atinja a altura desejada para o ensaio, segure com uma mão o eixo rotor (abaixo do carretel) e engate o carrinho.

5 - Posicione o ferrolho em uma posição que favoreça atingir o carrinho no momento que ele tocar a superfície rugosa, use ventosas para fixá-lo nesta posição e trave a haste do ferrolho, comprimindo a mola na posição desejada para o ensaio.

6 - Solte o eixo rotor. No momento em que o carrinho se soltar e atingir a superfície de deslizamento, acione o ferrolho.

Obs: Para executar o ensaio será necessária a participação de, no mínimo, dois alunos, um para colocar o peso, enrolar o fio no carretel, segurar o eixo rotor, engatar o carrinho e depois soltar o eixo rotor no momento adequado, e outro para posicionar e fixar o ferrolho, travar a haste do ferrolho e desengatá-lo no momento adequado. Este processo de desengate/liberação do ferrolho tem que ser treinado com antecedência para melhorar o tempo de reação de modo que a haste do ferrolho bata no carrinho assim que ele cair sobre a superfície.

7 - Com a trajetória marcada, ligue os quatro pontos de saída deixada pelos pés do carrinho e marque o centro do carrinho, repetir o mesmo processo nos pontos de chegada. Estime, com o auxílio do desenho marcado na superfície rugosa, quantas voltas o carrinho pode ter executado.

8 - Meça a distância entre o centro do carrinho, no ponto de saída, até o ponto de chegada da trajetória descrita por ele. Essa distância será utilizada para calcular o trabalho da força de atrito do movimento de translação.

9 - Coloque barbante sobre o desenho traçado na superfície rugosa, acompanhando o formato do desenho e meça o comprimento traçado por cada pé separadamente. Calcule a média dessas medidas. Essa distância será utilizada para calcular o trabalho envolvendo o movimento de translação e rotação, ou seja, o trabalho total.

Análise Conceitual:

1 - Realize as seguintes tarefas:

- a) Calcule a energia potencial gravitacional do peso suspenso.
- b) Calcule a energia potencial elástica da mola.
- c) Calcule o trabalho da força de atrito no deslizamento do carrinho.
- d) Relacione as energias calculadas nos itens a e b com o trabalho calculado.
- e) Discuta os resultados com os colegas e anote as possíveis conclusões.

2- Considere, nas tarefas abaixo, a situação ideal na qual as energias são completamente conservadas nos respectivos processos de transformação.

- a) Calcule o momento de inércia do carrinho.
- b) Estime a velocidade de rotação do carrinho no instante que atinge a superfície rugosa.
- c) Estime a velocidade de translação do carrinho no instante que recebe o impacto da haste do ferrolho.